UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2001-2002. MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) **Duración**: 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Se permitirá el uso de calculadoras (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. Sea la función $f : \Re \to \Re$ definida por $f(x) = \begin{cases} x^2+3 & \text{si} \quad x \le 1 \\ 2-x^2 & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$.
(a) [1'25 puntos] Calcula, si es posible, las derivadas laterales de f en $x = 1$.
(b) [1'25 puntos] Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función f.
Ejercicio 2. [2'5 puntos] Determina el valor positivo de λ para el que el área del recinto limitado por la parábola $y = x^2$ y la recta $y = \lambda x$ es 1.
Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} x + my - z &= -2 + 2my \\ mx - y + 4z &= 5 + 2z \\ 6x - 10y - z &= -1 \end{aligned}$$

(a) [1'5 puntos] Discute las soluciones del sistema según los valores de m.
(b) [1 punto] Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.
Ejercicio 4. Se sabe que el plano Π corta a los semiejes positivos de coordenadas en los puntos A, B y C, siendo las longitudes de los segmentos OA, OB y OC de 4 unidades, donde O es el origen de coordenadas.
(a) [0'75 puntos] Halla la ecuación del plano Π.
(b) [1 punto] Calcula el área del triángulo ABC.
(c) [0'75 puntos] Obtén un plano paralelo al plano Π que diste 4 unidades del origen de coordenadas.

Opción B

Ejercicio 1. Sea $f : \Re \to \Re$ la función definida por $f(x) = \sqrt[3]{x}$.
(a) [0'5 puntos] Calcula la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.
(b) [0'5 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y la recta tangente obtenida.
(c) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.
Ejercicio 2. Considera la función f definida para $x \neq 2$ por $f(x) = (2x^2 + 2)/(x + 2)$.
(a) [1'25 puntos] Halla las asíntotas de la gráfica de f.
(b) [1'25 puntos] Estudia la posición relativa de la gráfica de f respecto de sus asíntotas.
Ejercicio 3. Considera la matriz $M(x) = \begin{pmatrix} 2^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, donde x es un número real.
(a) [1'5 puntos] ¿Para qué valores de x existe $(M(x))^{-1}$? Para los valores de x obtenidos, calcula la matriz $(M(x))^{-1}$.
(b) [1 punto] Resuelve, si es posible, la ecuación $M(3).M(x) = M(5)$.
Ejercicio 4. [2'5 puntos] Halla la perpendicular común a las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = \alpha \\ z = -\alpha \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x = \beta \\ y = 2 + 2\beta \\ z = 0 \end{cases}$.